

$$v''(x) = \frac{4}{(x+1)^3} \left(-x + \frac{1}{x} - 2 \ln x \right)$$

Conclusion :

$$v''(x) = \frac{4}{(x+1)^3} h(x) \text{ avec } h(x) = -x + \frac{1}{x} - 2 \ln x$$

$$c) h(x) = -x + \frac{1}{x} - 2 \ln x$$

h est définie sur $]0; +\infty[$ et dérivable sur ce même intervalle comme somme de fonctions dérivables.

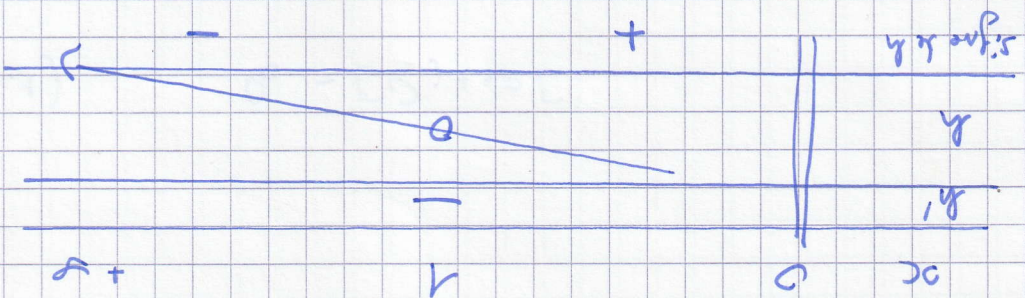
$$h'(x) = -1 - \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x}$$

$$\text{Rappel : } \left(\frac{1}{x} \right)' = -\frac{1}{x^2} \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$\text{Sur }]0; +\infty[, h'(x) < 0 \text{ car } -\frac{2}{x} < 0 \text{ et } -\frac{1}{x^2} < 0$$

donc h est décroissante, strictement sur $]0; +\infty[$

$$\text{Calculons quand la fonction s'annule : } h(1) = -1 + 1 - 2 \ln 1 = 0$$



Sur $]0; +\infty[, (x+1)^3 > 0$ donc $v''(x) = \frac{4}{(x+1)^3} h(x)$ a le même signe que $h(x)$.

Conclusion : $v''(x) > 0$ sur $]0; 1[$ et < 0 sur $]1; +\infty[$ et $v''(1) = 0$