

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^{1/2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1/x}{1/2 x^{-1/2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} x^{1/2} = +\infty$$

On procède par récurrence en change la forme de la fonction.

$$\begin{aligned} \frac{\ln x}{x^{1/2}} &= \frac{\ln x}{x^{1/2}} \times \frac{x^{1/2}}{x^{1/2}} = \frac{\ln x}{x^{1/2}} \times \frac{x^{1/2}}{x^{1/2}} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^{1/2}} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{1/2}}{x^{1/2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{1/2}}{x^{1/2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 = 1 \end{aligned}$$

Par produit de limites, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

3) a) f est dérivable sur $\mathbb{R}^+$ comme quotient de fonction dérivable.

$$\text{Rappel: } \left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$u = \ln x$$

$$u' = \frac{1}{x}$$

$$v = x^{1/2}$$

$$v' = \frac{1}{2} x^{-1/2}$$

Penser à factoriser pour trouver la dérivée.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{\left(\frac{1}{x}\right)x^{1/2} - \ln x \left(\frac{1}{2}x^{-1/2}\right)}{(x^{1/2})^2} \\ &= \frac{x^{1/2} - \frac{1}{2}\ln x x^{-1/2}}{x} \\ &= \frac{x^{1/2} - \frac{1}{2}\ln x x^{-1/2}}{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{x^{1/2} - \frac{1}{2}\ln x x^{-1/2}}{x} \\ &= \frac{x^{1/2} - \frac{1}{2}\ln x x^{-1/2}}{x} \end{aligned}$$

car x est la solution de $g(x) = 0$