

Étudions les variations de g .
On commence par chercher sa dérivée.

$$g'(x) = (x+1 + \ln x)' = 1 + \frac{1}{x}$$

Rappel :

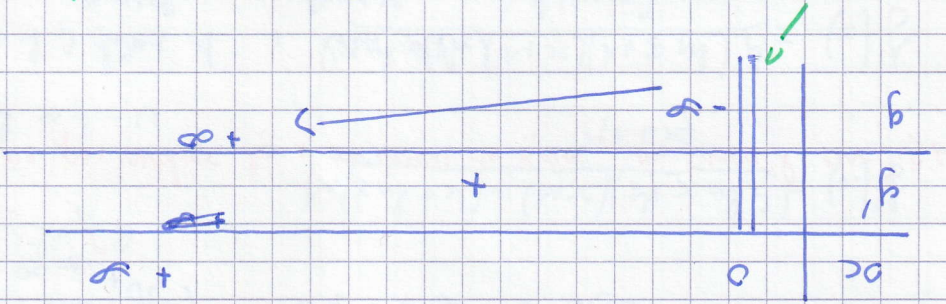
$$\begin{aligned} x' &= 1 \\ 1' &= 0 \\ \left(\frac{1}{x}\right)' &= -\frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

g est dérivable comme somme de fonctions dérivables.

Pour s'assurer que la fonction est dérivable, on ne mange pas de pain !
On se rappelle qu'on est sur $]0; +\infty[$ donc :

$$x > 0 \text{ et } \frac{1}{x} > 0 \quad \forall x \in D_g. \text{ donc } g'(x) > 0$$

Tableau de variation :



On trouve la borne car 0 n'est pas dans D_g , et plus on se rapproche de 0, plus la fonction diverge vers $-\infty$.

2) Pour montrer qu'une fonction admet une unique solution " α ", on pense à utiliser le théorème des valeurs intermédiaires.

g est continue sur $\mathbb{R}^+$ et dérivable sur $\mathbb{R}^+$.

g est strictement croissante d'après le tableau de variation de la question précédente.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

D'après le théorème de VI, $g(\alpha) = 0$ dans $x+1 + \ln x = 0$

