2) Montrez que $\vec{EF}$ et $\vec{HG}$ sont égaux.

$$\vec{EF}\left|\begin{array}{l} x_F - x_E \\ y_F - y_E \\ z_F - z_E \end{array}\right. \Rightarrow \vec{EF}\left|\begin{array}{l} \alpha_1+\alpha_2-\alpha_1 \\ \alpha_1-\alpha_1 \\ \alpha_1+\alpha_2-(\alpha_1+\alpha_2) \end{array}\right. \Rightarrow \vec{EF}\left|\begin{array}{l} \alpha_2 \\ 0 \\ 0 \end{array}\right.$$

$$\vec{HG}\left|\begin{array}{l} x_G - x_H \\ y_G - y_H \\ z_G - z_H \end{array}\right. \Rightarrow \vec{HG}\left|\begin{array}{l} \alpha_1+\alpha_2-\alpha_1 \\ \alpha_1+\alpha_2-(\alpha_1+\alpha_2) \\ \alpha_1+\alpha_2-(\alpha_1+\alpha_2) \end{array}\right. \Rightarrow \vec{HG}\left|\begin{array}{l} \alpha_2 \\ 0 \\ 0 \end{array}\right.$$

$\vec{EF}$ et $\vec{HG}$ ont les même coordonnées donc ils sont égaux.

3) Il semble que c'est un carré

4) $E\left|\begin{array}{l} \alpha_1 \\ \alpha_1 \\ \alpha_1+\alpha_2 \end{array}\right.$ $G\left|\begin{array}{l} \alpha_1+\alpha_2 \\ \alpha_1+\alpha_2 \\ \alpha_1+\alpha_2 \end{array}\right.$ I est le milieu de $[EG]$ donc il a pour coordonnées :

$$I\left|\begin{array}{l} \dfrac{x_E+x_G}{2} \\ \dfrac{y_E+y_G}{2} \\ \dfrac{z_E+z_G}{2} \end{array}\right. \Rightarrow I\left|\begin{array}{l} \dfrac{\alpha_1+\alpha_1+\alpha_2}{2} \\ \dfrac{\alpha_1+\alpha_1+\alpha_2}{2} \\ \dfrac{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_1+\alpha_2}{2} \end{array}\right. \Rightarrow I\left|\begin{array}{l} \dfrac{2\alpha_1+\alpha_2}{2} \\ \dfrac{2\alpha_1+\alpha_2}{2} \\ \dfrac{2\alpha_1+2\alpha_2}{2} \end{array}\right.$$

$$\vec{HF}\left|\begin{array}{l} \alpha_2 \\ -\alpha_2 \\ 0 \end{array}\right. \qquad H\left|\begin{array}{l} \alpha_1 \\ \alpha_1+\alpha_2 \\ \alpha_1+\alpha_2 \end{array}\right.$$

La droite (HF) passe par $H\left|\begin{array}{l} \alpha_1 \\ \alpha_1+\alpha_2 \\ \alpha_1+\alpha_2 \end{array}\right.$ et a pour vecteur directeur $\vec{HF}\left|\begin{array}{l} \alpha_2 \\ -\alpha_2 \\ 0 \end{array}\right.$ donc une représentation paramétrique de (HF) est :

$$\begin{cases} x = \alpha_1 + \alpha_2 t \\ y = \alpha_1+\alpha_2 - \alpha_2 t \\ z = \alpha_1+\alpha_2 + 0t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$