CFIP Maths 2018

Proposition correction

Exercice 1 :

$A\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_1\\ \alpha_1\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}\alpha_1+\alpha_2\\ \alpha_1\\ \alpha_1\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}\alpha_1+\alpha_2\\ \alpha_1+\alpha_2\\ \alpha_1\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_1+\alpha_2\\ \alpha_1\end{pmatrix}$ $E\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_1\\ \alpha_1+\alpha_2\end{pmatrix}$ $F\begin{pmatrix}\alpha_1+\alpha_2\\ \alpha_1\\ \alpha_1+\alpha_2\end{pmatrix}$

$G\begin{pmatrix}\alpha_1+\alpha_2\\ \alpha_1+\alpha_2\\ \alpha_1+\alpha_2\end{pmatrix}$ $H\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_1+\alpha_2\\ \alpha_1+\alpha_2\end{pmatrix}$

Avec $\alpha_1 \neq \alpha_2$

α_1 et $\alpha_2 \in \mathbb{R}$

1) Montrons que $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{HF}$ sont orthogonaux.

$$\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}x_G - x_E\\ y_G - y_E\\ z_G - z_E\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}(\alpha_1+\alpha_2)-\alpha_1\\ (\alpha_1+\alpha_2)-\alpha_1\\ (\alpha_1+\alpha_2)-(\alpha_1+\alpha_2)\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}\alpha_2\\ \alpha_2\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}x_F - x_H\\ y_F - y_H\\ z_F - z_H\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}\alpha_1+\alpha_2-\alpha_1\\ \alpha_1-(\alpha_1+\alpha_2)\\ \alpha_1+\alpha_2-(\alpha_1+\alpha_2)\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}\alpha_2\\ -\alpha_2\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{HF} &= \alpha_2 \times \alpha_2 + \alpha_2 \times -\alpha_2 + 0\\ &= (\alpha_2)^2 - (\alpha_2)^2\\ &= 0\end{aligned}$$

$\overrightarrow{EG}$ scalaire $\overrightarrow{HF}$ est nul donc ils sont orthogonaux.