

ANNÉE 2010

ÉPREUVE N° 2

DURÉE : 3 heures. - COEFFICIENT : 5

Le candidat traitera obligatoirement celui des six sujets correspondant à l'option formulée dans sa demande d'admission à concourir.

Il trouvera ces sujets aux pages suivantes du présent fascicule :

- Page 3 : Option Droit constitutionnel et administratif ;
- Page 4 : Option Droit civil ;
- Page 5 : Option Droit des affaires ;
- Page 6 : Option Institutions, droit et politiques communautaires ;
- Page 7 : Option Finances et gestion publiques ;
- Page 8 : Option Econométrie et statistiques.

Recommandations importantes

Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie informatisée.

Sous peine d'annulation de sa copie, le candidat ne devra porter aucun signe distinctif (nom, prénom, signature, numéro de candidature, etc.) en dehors du volet rabattable d'en-tête.

Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.

Tournez la page S.V.P.

Le candidat devra compléter l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformer aux instructions données

Après avoir servi l'en-tête, rabattre et coller le cache

Code centre d'examen

Concours : **externe**
(interne ou externe - affectation régionale ou nationale)

Pour l'emploi de : **Inspecteur-élève généraliste des impôts**

Épreuve n° **2**

Matière : **Indiquer le code-matière et son libellé**

Date **14 | 10 | 2009**

Nombre d'intercalaires supplémentaires :

Vérifier la codification du centre d'examen

Préciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires

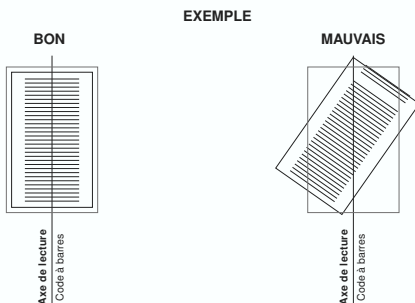
À L'ATTENTION DU CANDIDAT

En dehors du cadre prévu à cet effet, il est interdit de signer sa copie ou de mettre un signe distinctif.

Les étiquettes d'identification ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres doit traverser la totalité des barres de ce code.



NOTE/20

| | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 20 | 19 | 18 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 17 | 16 | 15 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 14 | 13 | 12 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11 | 10 | 09 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 08 | 07 | 06 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 05 | 04 | 03 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 02 | 01 | 00 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 25 | 50 | 75 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

NOTE/20

Numéro du correcteur

Numéro de copie

Numéro de copie

EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE

Économétrie et Statistiques

Code-Matière 027

Un ou plusieurs problèmes

Les résultats non justifiés par des explications mathématiques précises sont sans valeur.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

SUJET

Les six exercices sont indépendants.

-I-

A- Dans une caserne militaire, la taille des engagés est une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne $m = 170$ cm et d'écart-type $\sigma = 10$ cm.

Un engagé étant choisi au hasard dans la caserne, quelle est la probabilité pour que sa taille soit :

- a) supérieure à 190 cm ;
- b) inférieure à 160 cm ;
- c) comprise entre 160 et 180 cm ;

B- Afin de mieux sécuriser la caserne, il est envisagé de construire une nouvelle guérite pour abriter les factionnaires. La taille de ces factionnaires est approximativement distribuée suivant une loi normale de moyenne $m = 170$ cm et d'écart-type $\sigma = 10$ cm.

Montrer que la hauteur minimale de la guérite, pour qu'au moins 99% des factionnaires puissent s'y tenir debout, doit être égale à 193,30 cm environ.

On notera X la variable aléatoire désignant la taille des factionnaires et h la hauteur de la guérite.

-II-

Une urne contient 8 boules blanches et 2 boules noires. On effectue 3 tirages successifs **sans remettre la boule tirée dans l'urne**. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches tirées.

1. Déterminer la loi de probabilité de Y .
2. Calculer $E(Y)$ et $V(Y)$.

-III-

La densité d'une variable aléatoire X est définie par :

$$f(x) = kx \text{ si } x \in [0; 14]$$
$$f(x) = 0 \text{ sinon.}$$

1. Calculer k puis déterminer la fonction de répartition de X .
2. Calculer $E(X)$ et $P[(7 < X < 8) \mid X > 7]$

-IV-

Au casino, un joueur décide de miser sur un même numéro jusqu'à ce qu'il soit gagnant. A chaque partie, ce numéro a une probabilité p d'être tiré. De plus, on suppose que le joueur double sa mise à chaque partie et que le numéro gagnant rapporte m fois la mise. On note a la mise initiale du joueur.

1. Déterminer la probabilité pour que le joueur gagne au k^{eme} coup.
2. Montrer que la mise totale effectuée au cours de k parties est $M = a(2^k - 1)$.
3. On appelle gain net, noté g_k , la différence entre le gain obtenu par le joueur lorsque le numéro sur lequel il a misé est tiré au k^{eme} coup et la mise effectuée par le joueur jusqu'au k^{eme} coup (notée M , cf question 2).
Calculer le gain net.
4. Déterminer l'espérance du gain G de ce joueur.

-V-

Soit X une variable aléatoire de densité :

$$f(x; \Theta) = \begin{cases} e^{-(x-\Theta)} & \text{si } x > \Theta \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \Theta \text{ étant un paramètre réel inconnu}$$

1. Déterminer la densité de probabilité de la variable aléatoire $Y = X - \Theta$. Quelle loi suit la variable aléatoire Y ? Indiquez alors l'espérance et la variance de Y .
2. Calculer la fonction de répartition $F(x, \Theta)$ de X . Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
3. A partir d'un échantillon (X_1, \dots, X_n) de variables aléatoires indépendantes, de même loi que X , on se propose d'estimer Θ .

$$\text{On pose } \bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i.$$

- a) Indiquer un estimateur T_n de Θ . Quelles propriétés possède-t-il a priori?
- b) Calculer la borne de Fréchet-Darwin-Cramer-Rao. Quelle conclusion en tirez-vous?
- c) Déterminer la loi limite de T_n . Donnez un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha$ ($0 < \alpha < 1$) pour Θ .

-VI-

Soit le modèle logistique suivant :

$$V_t = \frac{k}{1 + ae^{bt}}$$

avec $V_t =$ volume de ventes par mois
 $k =$ vente potentielle maximum
 a et b étant deux paramètres à estimer

1. Montrer que le modèle linéarisé peut s'écrire : $Y_t = \log_{10} \left(\frac{k}{V_t} - 1 \right)$ où Y_t sera à expliciter.
2. A partir d'observations mensuelles de ventes exprimées en centaines de produits entre janvier 2007 et juillet 2008, la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO) appliquée au modèle linéarisé pour estimer les paramètres a et b donne les résultats suivants :

$$Y_t = -0,06044t + 1,2379$$

- a) Déterminer les valeurs numériques de a et b .
- b) A quelle date le volume des ventes atteindra 99% de k (avec $k = 22\,000$) ? Le résultat pourra être arrondi.

Fin del'Énoncé

Annexe : table de valeurs de l'intégrale de la loi normale centrée réduite

Intégrale $\Pi(t)$ de la Loi Normale Centrée Réduite $N(0; 1)$.

$$\Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad \text{et} \quad \Pi(-t) = 1 - \Pi(t).$$

| t | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9662 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |
| 3.5 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |
| 3.6 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.7 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.8 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |