

**CONCOURS EXTERNE DE CONTRÔLEUR  
STAGIAIRE DU TRÉSOR PUBLIC**

---

**ANNÉE 2005**

**ÉPREUVE N°3 A OPTION**

*Durée : 3 heures - Coefficient : 4*

[www.devenez-fonctionnaire.fr](http://www.devenez-fonctionnaire.fr) [www.devenez-fonctionnaire.fr](http://www.devenez-fonctionnaire.fr) [www.devenez-fonctionnaire.fr](http://www.devenez-fonctionnaire.fr)...

**UN OU PLUSIEURS PROBLÈMES DE MATHÉMATIQUES**

**PAGE 2**

**OU**

**RÉDACTION D'UNE OU PLUSIEURS NOTES D'HISTOIRE ET/OU  
DE GÉOGRAPHIE**

**PAGE 5**

**OU**

**UN OU PLUSIEURS EXERCICES DE COMPTABILITÉ GÉNÉRALE**

**PAGE 6**

---

*Toute note inférieure à 6/20 est ÉLIMINATOIRE*

**TRÈS IMPORTANT :**

**Le candidat traitera celui des trois sujets ci-après qui correspond à l'option qu'il a choisie lors de son inscription au concours : CE CHOIX NE PEUT PAS ÊTRE MODIFIÉ.**

**Sous peine d'annulation de leur copie, les candidats ne doivent porter aucun signe distinctif (nom, prénom, lieu, etc.) sur la partie réservée à la rédaction.**

**Les candidats ne peuvent quitter la salle moins d'une heure après le début des épreuves.**

**Tournez la page S.V.P.**

## UN OU PLUSIEURS PROBLÈMES DE MATHÉMATIQUES

Les candidats sont autorisés à utiliser les documents et matériels suivants :

- Calculatrices électroniques y compris programmables et alphanumériques, à fonctionnement autonome, à entrée unique par clavier, sans imprimante ;
- Règles de calcul ;
- Tables de logarithme ne comportant aucune formule algébrique, géométrique ou trigonométrique.

*Les cinq exercices sont à traiter. Les candidats devront justifier tous leurs résultats et détailler leurs calculs pour y parvenir.*

[www.devenez-fonctionnaire.fr](http://www.devenez-fonctionnaire.fr) [www.devenez-fonctionnaire.fr](http://www.devenez-fonctionnaire.fr) ~~www.devenez-fonctionnaire.fr~~ [www.devenez-fonctionnaire.fr](http://www.devenez-fonctionnaire.fr)...

### EXERCICE N°1

Une entreprise de conseil en informatique avait un chiffre d'affaires de 2 millions d'euros en 1984.

On désigne par  $C(n)$  son chiffre d'affaires en millions d'euros obtenu au cours de l'année  $(1984 + n)$  avec  $n$  entier naturel.  $C(20)$  est par exemple le chiffre d'affaires de 2004.

- 1) De 1984 à 1994 inclus, le chiffre d'affaires a augmenté de 15% par an.
  - a) Calculer  $C(1)$ ,  $C(2)$ .
  - b) Exprimer  $C(n)$  en fonction de  $n$  et calculer le chiffre d'affaires en 1994.
- 2) A partir du 1<sup>er</sup> janvier 1995, le chiffre d'affaires a diminué régulièrement de 15% par an.
  - a) Calculer  $C(11)$ .
  - b) Exprimer  $C(n)$  en fonction de  $n$  pour  $n$  supérieur ou égal à 11.
  - c) A partir de quelle année le chiffre d'affaires est-il redevenu égal ou inférieur à celui de 1984 ?

### EXERCICE N°2

On lance un dé cubique pipé (il n'y a pas d'équiprobabilité d'apparition de chaque face) dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On désigne par  $p_n$  la probabilité d'obtenir le nombre  $n$  et on donne  $p_1 = \frac{1}{15}$ . Les nombres  $p_n$  forment une suite vérifiant  $p_{n+1} - p_n = r$  ;  $r$  étant un réel.

- 1) Exprimer  $p_2$ ,  $p_3$ , puis  $p_n$  en fonction de  $p_1$  et de  $r$ .
- 2) Calculer en fonction de  $p_1$  et  $r$ , la somme  $s$  de toutes les probabilités de  $p_1$  à  $p_6$  et en déduire la valeur de  $r$ .
- 3) Lors d'un lancer de ce dé pipé, quelle est la probabilité d'obtenir :
  - a) un nombre premier ?
  - b) un nombre pair ?

### EXERCICE N°3

Soit  $p$  et  $n$  deux entiers naturels.

On pose :  $I_{p,n} = \int_0^1 x^p (1-x)^n dx$

1) Calculer  $I_{p,0}$  et  $I_{p,1}$

2) Calculer  $I_{0,n}$  et déduire  $I_{1,n}$

3) Etablir la relation  $I_{p,n} = \frac{n}{(p+1)} I_{p+1,n-1}$  pour tout  $n \geq 1$

### EXERCICE N°4

1) Soit  $P$  la fonction polynôme de la variable réelle  $x$ , définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 3$$

a) Démontrer que pour tout réel  $x$  on a :

$$P(x) = (x-1)^3 - 2$$

b) Démontrer que la fonction  $P$  est croissante sur  $\mathbb{R}$  et en déduire que si  $x \leq 2,2$  alors

$$P(x) \leq -0,2$$

2) Soit  $f$  la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie sur  $\mathbb{R} - \{2\}$  par :

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 3}{(x-2)^2}$$

et soit (C) sa représentation graphique dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité : 1 cm)

a) Déduire de la question n° 1 que, si  $x \leq 2,2$  et  $x \neq 2$  alors  $f(x) \leq -\frac{0,2}{(x-2)^2}$

b) En déduire l'existence d'un nombre réel  $h$  strictement positif tel que  $f(x) \leq -5$  pour tout réel  $x$  différent de 2 et élément de l'intervalle  $[2-h; 2+h]$ .

3) a) Vérifier que pour tout réel  $x$ , différent de 2, on a :

$$f(x) = x + 1 + \frac{3}{x-2} - \frac{1}{(x-2)^2}$$

b) Etudier les variations de  $f$  et les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.

c) Soit  $\Delta$  la droite d'équation  $y = x + 1$ . Montrer que la droite  $\Delta$  est asymptote à (C) en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .

d) Etudier la position de (C) par rapport à  $\Delta$ . (On précisera les coordonnées du point d'intersection de (C) et de  $\Delta$ ).

4) Tracer la droite  $\Delta$  et la courbe (C).

### EXERCICE N°5

On considère les points  $O(0,0)$  ;  $I(1,0)$ , et  $J(0,1)$  et on construit un carré  $OIKJ$ .

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $[0;1]$  par :

$$f(x) = x^+$$

$$g(x) = \sqrt{x}$$

Les courbes  $C_f$  et  $C_g$  déterminent dans le carré  $OIKJ$  trois régions :

- Soit  $D_1$ , la région délimitée par les segments  $[OJ]$   $[JK]$  et la courbe  $C_g$
- Soit  $D_2$ , la région comprise entre les courbes  $C_f$  et  $C_g$
- Soit  $D_3$ , la région délimitée par les segments  $[OI]$   $[IK]$  et la courbe  $C_f$

1) Construire les courbes  $C_f$  et  $C_g$  et délimiter les trois régions.

2) Calculer en unité d'aire, les aires  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  des trois régions  $D_1$ ,  $D_2$  et  $D_3$ .

Le carré  $OIKJ$  sert de cible à un jeu de fléchettes. La probabilité pour que le joueur atteigne la cible est de 0,7.

Les probabilités d'atteindre les régions  $D_1$ ,  $D_2$  et  $D_3$  sont proportionnelles aux aires de ces trois domaines.

3) Calculer les probabilités pour que :

- a) le joueur rate deux fois de suite la cible,
- b) le joueur atteigne dans la cible la région  $D_2$ .

Le joueur marque 1 point quand il atteint  $D_1$ , 3 points quand il atteint  $D_2$  et 5 points quand il atteint  $D_3$ . Il perd 2 points lorsqu'il rate la cible.

4) Calculer l'espérance de gain et l'écart type.