

**CONCOURS EXTERNE DE CONTRÔLEUR  
STAGIAIRE DU TRÉSOR PUBLIC**

**ANNÉE 2006**

**ÉPREUVE N°3 A OPTION**

*Durée : 3 heures - Coefficient : 4*

**UN OU PLUSIEURS PROBLÈMES DE MATHÉMATIQUES**

**PAGE 2**

**OU**

**RÉDACTION D'UNE OU PLUSIEURS NOTES D'HISTOIRE ET/OU  
DE GÉOGRAPHIE**

**PAGE 5**

**OU**

**UN OU PLUSIEURS EXERCICES DE COMPTABILITÉ GÉNÉRALE**

**PAGE 6**

*Toute note inférieure à 6/20 est ÉLIMINATOIRE*

**TRÈS IMPORTANT :**

**Le candidat traitera celui des trois sujets ci-après qui correspond à l'option qu'il a choisie lors de son inscription au concours : CE CHOIX NE PEUT PAS ÊTRE MODIFIÉ.**

**Sous peine d'annulation de leur copie, les candidats ne doivent porter aucun signe distinctif (nom, prénom, lieu, etc.) sur la partie réservée à la rédaction.**

**Les candidats ne peuvent quitter la salle moins d'une heure après le début des épreuves.**

**Tournez la page S.V.P.**

## UN OU PLUSIEURS PROBLÈMES DE MATHÉMATIQUES

Les candidats sont autorisés à utiliser les documents et matériels suivants :

- Calculatrices électroniques y compris programmables et alphanumériques, à fonctionnement autonome, à entrée unique par clavier, sans imprimante ;
- Règles de calcul ;
- Tables de logarithme ne comportant aucune formule algébrique, géométrique ou trigonométrique.

*Les quatre exercices sont à traiter. Les candidats devront justifier tous leurs résultats et détailler leurs calculs pour y parvenir.*

---

### EXERCICE N°1

#### Partie A

$f$  est la fonction numérique d'une variable réelle définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x + e^x$

- 1) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 2) En déduire qu'il existe un unique réel  $\alpha$  tel que  $f(\alpha) = 0$ . Donner un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude  $10^{-2}$ .
- 3) Déterminer le signe de  $f(x)$  selon les valeurs de  $x$ .

#### Partie B

$g$  est la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$g(x) = \frac{1-x}{1+e^{-x}}$$

- 1) Déterminer le tableau de variation de  $g$ .
- 2) Démontrer que  $g(\alpha) = -\alpha$   
Le plan est rapporté au repère orthogonal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- 3) Construire la courbe représentative  $\Gamma$  de  $g$  et préciser la tangente à  $\Gamma$  au point  $O$ .
- 4) Démontrer que la droite  $\Delta$  d'équation  $x + y - 1 = 0$  est asymptote à la courbe  $\Gamma$  et préciser la position de  $\Gamma$  par rapport à  $\Delta$ .
- 5) a) Démontrer que pour tout réel  $x$ ,  $g'(x) = -1$  équivaut à  $g(x) = -1$ .  
b) En déduire qu'il existe un unique point  $A$  de  $\Gamma$  en lequel la tangente à  $\Gamma$  est parallèle à la droite  $\Delta$ .  
c) Placer  $A$  sur le graphique.

## EXERCICE N°2

Huit équipes de football sont qualifiées pour les quarts de finale d'une compétition.

Les équipes A, B, C et D rencontrent respectivement les équipes E, F, G et H pour une place en demi-finale.

Les équipes A, B, C et D sont favorites pour la qualification en demi-finale avec des probabilités de gain respectives de 90%, 80%, 80% et 70%.

- 1) Quelle est la probabilité d'avoir au moins deux équipes favorites en demi-finale ?
- 2) En demi-finale et en finale, les probabilités de gain sont identiques pour toutes les équipes. Quelle est la probabilité de gain de la compétition de chacune des 8 équipes ?
- 3) Cette compétition donne lieu à des paris. Pour 1€ joué, les gains pour les équipes A, B, C, D, E, F, G, H sont respectivement de 4€, 5€, 5€, 7€, 30€, 15€, 15€, 18€. Compte tenu des réponses apportées à la question précédente, sur quelle équipe un parieur rationnel a-t-il le plus intérêt à miser ?

## EXERCICE N°3

Soit  $f$  la fonction définie pour  $x > \frac{1}{2}$  par

$$f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$$

- 1) Démontrer que pour tout  $x \geq 1$ ,  $f(x) \geq 1$ .

On peut donc définir la suite  $u = (u_n)$  par

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \text{ pour tout entier naturel } n \end{cases}$$

On se propose, dans la suite de l'exercice, d'exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

- 2) On considère les suites  $v = (v_n)$  et  $w = (w_n)$  telles que, pour tout entier naturel  $n$

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n} \quad \text{et} \quad w_n = \ln(v_n)$$

- a) Vérifier que  $(v_n)$  et  $(w_n)$  sont définies pour tout entier naturel  $n$ .
- b) Démontrer que la suite  $w$  est une suite géométrique.
- c) Exprimer pour tout entier naturel  $n$ ,  $w_n$  puis  $v_n$  en fonction de  $n$  et en déduire que

$$u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}}$$

- d) En déduire la limite de la suite  $u$ .

### EXERCICE N°4

- 1) On considère une roue de loterie divisée en six secteurs égaux. Un secteur est rouge, trois sont blancs et deux sont bleus.

Un joueur fait tourner cette roue et regarde la couleur obtenue. Si elle est rouge il gagne ; si elle est blanche il perd ; si elle est bleue il doit refaire tourner la roue. Si à l'issue de cette deuxième épreuve, la couleur obtenue est rouge, le joueur gagne ; si elle est blanche ou bleue il perd.

Calculer les probabilités suivantes :

- a) probabilité  $p_1$  de gagner dès la première épreuve ;
  - b) probabilité  $p_2$  de gagner à l'issue de la deuxième épreuve ;
  - c) probabilité  $p'$  de gagner la partie.
- 2) La roue possède maintenant  $x$  secteurs égaux ( $x$  est un nombre entier supérieur ou égal à quatre) ; un secteur est rouge, trois sont blancs et les autres sont bleus. Le principe du jeu reste le même que précédemment. Si le joueur gagne à la première épreuve il reçoit 4 € ; s'il perd à cette première épreuve il verse 2 € ; s'il obtient un secteur rouge à la seconde épreuve il reçoit 6 € ; s'il obtient un secteur blanc il verse 1 € et s'il obtient un secteur bleu, il ne reçoit ni ne verse rien.
- On appelle  $X$  la variable aléatoire réelle, égale à  $+A$  si le joueur a gagné  $A$  €, à  $-B$  si le joueur a perdu  $B$  €.
- a) Etablir la loi de probabilité de  $X$  en fonction de  $x$ .
  - b) Déterminer en fonction de  $x$ , l'espérance mathématique de  $X$ , notée

$$E(X) = \sum x_i p_i$$

- c) Quel doit être le nombre total de secteurs de la roue pour que le jeu soit équitable, c'est-à-dire  $E(X) = 0$  ?
- d) Quel doit être le nombre total de secteurs pour que  $E(X)$  soit maximale ?

**RÉDACTION D'UNE OU PLUSIEURS NOTES D'HISTOIRE  
ET/OU DE GÉOGRAPHIE**

**L'utilisation de tout document ou matériel est interdite.**

**LES DEUX SUJETS DOIVENT ÊTRE TRAITÉS**

**HISTOIRE : La politique extérieure de la France de 1945 à 1974.**

**GÉOGRAPHIE : Le Brésil, pays des déséquilibres.**

## **UN OU PLUSIEURS EXERCICES DE COMPTABILITÉ GÉNÉRALE**

Les candidats sont autorisés à utiliser les documents et matériels suivants :

- Calculatrices électroniques y compris programmables et alphanumériques, à fonctionnement autonome, à entrée unique par clavier, sans imprimante ;
- Plan comptable comportant uniquement la liste des comptes sans les documents de synthèse.

***Les cinq exercices sont à traiter.***

---

### **EXERCICE N°1**

La société de conseil et d'expertise VILMA est un cabinet de taille moyenne.

Elle possède un portefeuille d'une centaine de PME, pour lesquelles elle effectue des tâches comptables et juridiques.

Ces clients se répartissent en 3 secteurs d'activités :

- peinture et rénovation : 60 (secteur PR)
- restaurateurs : 30 (secteur R)
- garagistes : 10 (secteur G)

Les clients sont de taille identique et demandent un travail comparable. Les honoraires facturés sont équivalents.

Sur l'exercice comptable, ces honoraires se répartissent ainsi :

- secteur PR : 22 000 €
- secteur R : 11 000 €
- secteur G : 3 600 €

Les charges comprennent essentiellement des frais de personnel pour un montant total de 31 000 €, et d'autres frais pour charges diverses pour un montant de 4 500 €.

Une partie des charges de personnel est considérée comme directe et correspond aux heures des collaborateurs passées pour leurs clients. La répartition est la suivante :

- secteur PR : 10 000 €
- secteur R : 5 000 €
- secteur G : 1 000 €

Le reste des charges de personnel concerne l'administration générale pour un montant de 7 500 € et l'informatique également pour 7 500 €.

Les autres charges diverses concernent l'administration générale pour un montant de 1 500 € et l'informatique pour un montant de 3 000 €.

### **TRAVAIL A EFFECTUER :**

- 1 - Calculer les résultats par secteur de clientèle, en supposant que les charges indirectes sont imputées en fonction des honoraires.**
- 2 - Quelle est la conclusion en terme de rentabilité pour les activités sectorielles ?**

## EXERCICE N°2

La société **BUROPRATIC** décide d'acquérir en N un nouveau local pour assurer le service après vente des périphériques vendus aux particuliers.

Pour financer ce projet, elle a souscrit un emprunt d'un montant de 20 000 € remboursable sur 5 ans, au taux semestriel de 2 %, par semestrialité constante de 2 227 €.

L'emprunt a été accordé le 1<sup>er</sup> janvier N et la première échéance est fixée au 30 juin N.

Le dirigeant de la société vous demande de déterminer le budget de trésorerie pour le premier semestre N.

Vous disposez à cet effet des éléments suivants :

1 - des budgets prévisionnels de TVA et des encaissements ci-après élaborés par le comptable de la société :

a) Budget de TVA du premier semestre N (TVA à 19,6%)

	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
TVA collectée	7 056	7 840	10 976	6 860	9 800	9 408
TVA déductible sur biens et services	2 744	2 744	3 920	3 920	4 900	4 900
TVA déductible sur immobilisations	4 900		1 666			
TVA à décaisser ou crédit de TVA à reporter		4 508	5 390	2 940	4 900	4 508
Crédit de TVA antérieur	588					

b) Budget des encaissements du premier semestre N

	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Créances clients au 31/12/N-1	69 900	24 560				
Emprunts	20 000					
Ventes TTC pour les mois de :						
Janvier		32 292	10 764			
Février			35 880	11 960		
Mars				50 232	16 744	
Avril					31 395	10 465
Mai						44 850
Juin						
<b>Total des encaissements</b>	<b>89 900</b>	<b>56 852</b>	<b>46 644</b>	<b>62 192</b>	<b>48 139</b>	<b>55 315</b>

**2 - des informations diverses énoncées ci-après :**

Les conditions de paiement accordées par les fournisseurs de biens et services sont : 50 % au comptant et 50 % à 30 jours :

	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Achats HT	14 000	14 000	20 000	20 000	25 000	25 000

Le nouveau local sera acquis le 15 janvier N pour un montant de 33 900 € TTC. Le mobilier sera acheté le 26 mars N pour un montant total de 13 166 € TTC. Toutes ces immobilisations sont réglées par chèque bancaire le jour même de leur acquisition.

Les autres charges décaissées s'élèvent à 5 065 € par mois et sont payées le même mois. Il n'y a pas de TVA sur ces autres charges.

Les salaires sont estimés à 10 000 € de janvier à mars, puis à 10 400 € d'avril à juin et sont réglés en fin de mois.

Les charges sociales patronales sont estimées à 40 % du salaire et sont payées le mois suivant.

La TVA d'un mois est payée le 15 du mois suivant.

Concernant l'impôt sur les sociétés, on dispose des renseignements suivants :

- premier acompte à verser au 15 mars N : 740 €
- deuxième acompte à verser au 15 juin N : 1 050 €
- solde de l'impôt sur les sociétés dû au titre de l'exercice N-1 à verser au 15 avril N : 1 781 €

Fin décembre N-1, la balance simplifiée des comptes de la société se présentait ainsi :

Compte		Solde débiteur	Solde créditeur
401	Fournisseurs de biens et services		38 690
411	Clients	94 460	
430	Sécurité Sociale et autres organismes		4 000
44551	Etat, TVA à décaisser		700
5121	Banque BNB	875	
5122	Banque Crédit Urbain		1 450
514	CCP	2 500	
530	Caisse	560	

**TRAVAIL A EFFECTUER :**

- 1 - Déterminer les conditions de paiement consenties aux clients.
- 2 - Etablir le budget des décaissements et le budget de trésorerie du premier semestre N.
- 3 - Commenter la situation de trésorerie du premier semestre N.
- 4 - L'entreprise a-t-elle eu raison de souscrire un emprunt pour acquérir le nouveau local ?



### EXERCICE N°3

Vous disposez du bilan comptable simplifié de la SA DESPALIN au 31/12/N. Il vous est demandé d'étudier quelques éléments de la structure financière de ce bilan.

#### **Bilan de la SA DESPALIN au 31/12/N**

ACTIF	Brut	Amortissements et provisions	Net	PASSIF	Montant
Actif immobilisé	3 900 000	1 200 000	2 700 000	Capitaux propres	1 870 000
Stocks	1 200 000	300 000	900 000	Provisions pour risques	250 000
Créances d'exploitation	1 350 000	250 000	1 100 000	Emprunts <sup>(1)</sup>	1 500 000
Créances diverses	450 000		450 000	Dettes d'exploitation	1 200 000
Charges constatées d'avance <sup>(2)</sup>	100 000		100 000	Dettes diverses	400 000
Disponibilités	20 000		20 000	Produits constatés d'avance <sup>(2)</sup>	50 000
<b>TOTAL</b>	<b>7 020 000</b>	<b>1 750 000</b>	<b>5 270 000</b>	<b>TOTAL</b>	<b>5 270 000</b>

<sup>(1)</sup> dont concours bancaires courants : 400 000 €

<sup>(2)</sup> concernent l'exploitation

#### **TRAVAIL A EFFECTUER :**

**1 - Etablir le bilan fonctionnel de la SA DESPALIN.**

**2 - Calculer :**

**a) le Fonds de Roulement Net Global (FRNG) ;**

**b) le Besoin en Fonds de Roulement (BFR), en décomposant ce dernier en Besoin en Fonds de Roulement lié à l'Exploitation (BFRE) et en Besoin en Fonds de Roulement Hors Exploitation (BFRHE) ;**

**c) la trésorerie nette.**

**3 - Commenter brièvement la situation financière de l'entreprise.**

### EXERCICE N°4

**A - La société informatique GAMMA est spécialisée dans la vente et réparation de micro ordinateurs aux entreprises et particuliers.**

Le comptable de la société a du retard dans la comptabilisation des écritures. Il vous demande de l'aider à régulariser la situation.

Liste des opérations non comptabilisées :

16 septembre : Achat de 5 micro ordinateurs au fournisseur ALPHA pour 5 382 € TTC l'unité, payable dans deux mois, au plus tard le 15 novembre.

17 septembre : Réception d'une facture du fournisseur JEAN de 1 000 € HT concernant des fournitures de bureau. Escompte de 2% si paiement par retour du courrier.

18 septembre : Paiement de la facture du fournisseur JEAN par chèque bancaire.

19 septembre : Le client ABEL nous rend 10 emballages que nous lui avions consignés 15,24 € l'unité. Nous reprenons les emballages à 12 € et nous lui adressons un avoir.

20 septembre : Vente aux établissements PIERRE de 2 micro ordinateurs pour 1 500 € HT l'unité avec remises habituelles successives de 5 et 10%. Il y a facturation d'un frais de port forfaitaire et global de 75 €.

30 septembre : Revente d'une camionnette Renault par la société GAMMA pour 3 000 € HT. Cette camionnette avait été achetée le 1<sup>er</sup> mars N - 3 pour un prix HT de 9 000 €.

La camionnette a été amortie selon le mode dégressif sur une durée de vie de 5 ans (taux d'amortissement de 40%).

*N.B. : Le taux de la TVA est de 19,6% et la société GAMMA clôture ses comptes au 30 septembre.*

**TRAVAIL A EFFECTUER :**

**1 - Enregistrer au livre-journal les écritures relatives à ces opérations.**

**2 - Etablir le compte de résultat au 30/09/N.**

*Le détail des calculs devra figurer sur les copies.*

**B - Le comptable vous communique la situation du compte 512 de la société et le dernier relevé bancaire ci-dessous.**

**Compte 512 dans les écritures de la société**

Dates	Libellés	Débit	Crédit	Solde
01/08	Solde débiteur	2 514,42		2 514,42
03/08	Chèque n°00123 à IENA		314,12	2 200,30
04/08	Chèque n°00124 à SANTA		212,02	1 988,28
05/08	Remise de chèque	814,23		2 802,51
10/08	Chèque n°00125 à POLIN		41,23	2 761,28
17/08	Domiciliations échues		514,06	2 247,22
18/08	Remise à l'escompte (brut)	1 014,30		3 261,52
21/08	Chèque n°00126 à YENO		324,12	2 937,40
26/08	Chèque n°00127 à IENA		124,23	2 813,17
29/08	Chèque n°00128 à XENA		23,45	2 789,72
	<b>Totaux</b>	<b>4 342,95</b>	<b>1553,23</b>	

**Compte de la société à la banque XX**

Dates	Libellés	Débit	Crédit
01/08	Solde créditeur		2 514,42
06/08	Remise de chèque		814,23
08/08	Chèque n°00124 SANTA	212,02	
10/08	Virement AABA		134,21
14/08	Prélèvement EDF	342,20	
16/08	Chèque n°00123 IENA	314,12	
17/08	Chèque n°00125 POLIN	41,23	
17/08	Domiciliations échues	514,06	
22/08	Remise à l'escompte (net)		1 000,00
29/08	Chèque IENA	124,23	
30/08	Frais de tenue de compte	48,30	
31/08	Solde créditeur	2 866,70	
	<b>Totaux</b>	<b>4 462,86</b>	<b>4 462,86</b>

**TRAVAIL A EFFECTUER :**

Présenter l'état de rapprochement bancaire au 31/08.

**EXERCICE N°5**

La société PARIS est créée le 2 juin par M. LATOUR.

Il apporte à cette société :

- un petit immeuble dont il est propriétaire : 120 000 €
- du mobilier personnel : 15 000 €
- du matériel informatique acheté : 2 000 €
- un photocopieur acheté : 1 000 €

De plus :

- il fait procéder à des aménagements de locaux financés par un emprunt bancaire : 40 000 €
- il dépose sur le compte bancaire de l'entreprise : 5 000 €
- il verse à la caisse des deniers personnels : 1 000 €

Le 10 juin, l'entreprise reçoit de son fournisseur sa commande de marchandises d'un montant de 20 000 € ; elle paye comptant par virement bancaire une somme de 4 000 € et versera le solde à 60 jours.

Le 11 juin, les ventes de marchandises se sont élevées à 14 000 € (marchandises achetées 8 000 €) ; elles sont réglées immédiatement en numéraire pour un montant de 1 000 € et le solde correspondant à la première livraison d'un contrat important sera versé en fin de mois.

Le 12 juin, M. LATOUR dépose à la banque la recette en numéraire de la veille.

**TRAVAIL A EFFECTUER :**

- 1 - Etablir le bilan d'ouverture au 2 juin et calculer le capital de l'entreprise.
- 2 - Etablir le bilan au 12 juin.
- 3 - Mesurer et commenter l'évolution des emplois et des ressources de l'entreprise.